REKENCENTRALE

BREDEWEG 13 1098 BL AMSTERDAM 020 6680776 REKENEN@XS4ALL.NL

Afscheid van het cijferen

Marisca Milikowski en Rob Milikowski

Als het aan de projectgroep Speciaal Rekenen van het Freudenthal Instituut ligt wordt per direct het cijferend optellen en aftrekken in het speciaal basisonderwijs (sbo) geschrapt en vervangen door wat men noemt een ‘meer inzichtelijke’ werkwijze. De gepropageerde aanpak is een eigen verzinsel zonder rekenkracht. Ze is niet te combineren met het gebruik van rekenmethoden zoals De Wereld in Getallen (WIG), die wel aansturen op cijferend optellen en aftrekken. Dat zwakke rekenaars ermee geholpen zijn is twijfelachtig en niet onderzocht. Desondanks verkoopt de Utrechtse projectgroep dit verzinsel als ‘volwaardige eindvorm’ voor het leren optellen en aftrekken in het speciaal basisonderwijs (sbo).

Na invoering van de wet Weer Samen Naar School zijn steeds meer scholen voor sbo overgegaan op de aanschaf van een reguliere realistische rekenmethode. Er was ook weinig keus. De scholen moeten een volwaardig eindniveau in de aanbieding hebben, dat kinderen een kans biedt op de Cito-toets. Die kans heb je alleen met een realistische methode, en andere dan reguliere zijn er niet.
De projectgroep Speciaal Rekenen, verbonden aan het Freudenthal instituut, heeft de opdracht om scholen te helpen bij het overbruggen van de kloof tussen wat de rekenmethoden vereisen en wat de kinderen kunnen. Het ministerie van OC en W subsidieert het project. De subsidie werd verstrekt onder een aantal voorwaarden. Een van die voorwaarden was dat de te ontwikkelen hulpmiddelen en oplossingen ‘methode onafhankelijk’ zouden zijn. Dat wil zeggen: ze moesten gebruikt kunnen worden in combinatie met alle in gebruik zijnde realistische methoden.
Sinds juni 2004 verkondigt de projectgroep de boodschap dat cijferend rekenen in het sbo niet langer onderwezen hoeft te worden. “Kolomsgewijs rekenen is een volwaardige eindvorm”, zo houdt het Utrechtse gezelschap de scholen voor.

Deze boodschap is misleidend. Ten eerste: in de meeste methoden kan men niet stoppen bij het kolomsgewijze optellen en aftrekken. Bij de WIG leidt het tot regelrechte onzin, bij Pluspunt leidt het tot onoplosbare sommen. De enige methode die systematische toewerkt naar het gepropageerde systeem is Wis en Reken. Deze

methode draagt de signatuur van het Freudenthal Instituut. Een van de auteurs is Nina Boswinkel, voortrekster van het Speciaal Rekenen project.
Ten tweede: het besluit tot verbanning van het cijferende optellen en aftrekken uit het sbo is gevallen zonder op zijn consequenties te zijn nageplozen. Naar de effecten van deze ingreep voor zwakke rekenaars kunnen we slechts gissen. Ook de gevolgen voor het regulier basisonderwijs en het voortgezet onderwijs blijven ongesproken.

Rekenmethoden
We beginnen met de rekenmethoden. Zoals gezegd hebben de meeste sbo-scholen realistische methoden aangeschaft om wille van de kansen die zij bieden op een volwaardig eindniveau. Welke functie vervult het nu als ‘eindvorm’ verkochte kolomsgewijze rekenen binnen deze methoden? We pakken er twee bij de kop, net als overigens de Projectgroep Speciaal Rekenen heeft gedaan. Dat zijn: de Wereld in Getallen (WIG) en Pluspunt.
Kolomsgewijs rekenen dient in zowel de WIG als in Pluspunt als overgang naar het echte cijferende werk. De invulling ervan verschilt.
In de WIG worden de uitkomsten per kolom eerst naast elkaar gezet. In de tweede fase vindt dan de verrekening tussen de kolommen plaats. Neem de optelling 357 + 346. De overgang naar het cijferen wordt bij de WIG als volgt geconstrueerd. Eerst komt de kolomsgewijze oplossing (zie kader). Dit is duidelijk geen eindvorm. Ze dient juist om het cijferen als eindvorm in te leiden: kijk, die 1 van 13 gaat naar de kolom van de tientallen. Daarvan hebben we er nu 1 + 5 + 4 is 10. Die gaan we nu met de honderden verrekenen. De 0 blijft staan, de 1 gaat naar de honderden. Uitkomst: 703.

Wereld in Getallen (WIG):

$$\begin{array}{lll} 3 & 5 & 7 \\ \underline{3} & \underline{4} & \underline{6\ +} \\ 6 & 9 & 13 \end{array}$$

‘Kolomsgewijs als eindniveau’ betekent dus dat WIG-gebruikers zich tevreden moeten stellen met *6 9 13* als uitkomst. Dat dit niet kan hebben de Speciaal Rekenaars uit Utrecht ook ontdekt. Deze ontdekking blijft echter zonder consequenties.

Kan het dan wel met Pluspunt? Dat hangt ervan af welke som je kiest.
Bij Pluspunt worden achtereenvolgend eenheden, tientallen en honderden opgeteld en de uitkomsten worden onder elkaar genoteerd. De per kolom verkregen tussenresultaten worden dan bij elkaar opgeteld. Dit werkt onder de restrictie dat de som van de tussenresultaten per kolom niet groter is dan 9. Met de voorbeeldsom uit de WIG komt ook de Pluspuntgebruiker in de problemen (zie kader).

Pluspunt:

3	5	7	
3	4	6	+
	1	3	
	9	0	
6	0	0	+

Deze som kan niet verder worden opgelost als je niet weet hoe je die 1 + 9 tientallen moet verdisconteren. Hoe dat moet leert de Pluspunt gebruiker pas in de volgende ronde, nl die van het cijferen.

Samenvattend: noch in de WIG, noch in Pluspunt, kun je uit de voeten met de kolomsgewijze aanpak als eindvorm. Bij de WIG komt er so wie so geen normaal getal uit, en bij Pluspunt kunnen sommige sommen wel en andere niet.
Dus wat wil die Projectgroep Speciaal Rekenen nu eigenlijk van ons?

Om daar achter te komen is het nodig om bij het Freudenthal Instituut te Utrecht de map "Optellen en aftrekken tot 100 en 1000" aan te schaffen. De prijs is € 64,95. Het katern 'kolomsgewijs rekenen', waarin het didactische geheim bewaard wordt, telt inclusief kopieerbladen en andere bijlagen zo'n 50 pagina's. De auteurs zijn Erica de Goeij en Jo Nelissen.

En wat is nu de oplossing? De oplossing is dat kolomsgewijs rekenen wordt onderwezen als *kolomloos* rekenen. Dat wil zeggen: er wordt niets meer onder elkaar gezet. Optellen tot 1000 doen we voortaan zo:

357 + 346 =
300 + 300 = 600
40 + 50 = 90
7 + 6 = 13
600 + 90 + 13 = 703.

Aftrekken tot 1000 moeten we gaan onderwijzen door te werken met negatieve getallen, waarvan de notatie aan de voorkeur van de individuele leerling wordt overgelaten. Zo mag je bijvoorbeeld -2 schrijven, maar ook 2- of '2 tekort'.
Een vertoonde oplossing ziet er bijvoorbeeld zo uit:

514 - 309 = 205
500 - 300 = 200
10 - 0 = 10
4 - 4 = 0
Nog 5 eraf halen

En een andere zo:

323 - 115 =
300 - 100 = 200
20 - 10 = 10
3 - 5 = 2 -
200 + 10 - 2 = 208

Eerst vindt een leerling dus de eigen notaties uit. Daarna ‘kan erop worden aangestuurd de officiële, minder informele notatie van -2 te gebruiken’.
En hoe zit het met getallen van meer dan drie cijfers? Met een oplossing die als eindvorm wordt geafficheerd moet een mens toch ook grotere sommen kunnen maken. Dat is immers het mooie van de standaard werkwijze: heb je de kunst eenmaal te pakken, dan kun je elke getalscombinatie aan.

Geldt dat ook voor de aanpak die de Speciaal Rekenaars bepleiten?
Probeert u maar eens:

437.539 - 142.968 =
400.000 - 100.000 = 300.000
30.000 - 40.000 = - 10.000
7.000 - 2.000 = 5.000
500 - 900 = - 400
30 - 60 = -30
9 - 8 = 1
300.000 - 10.000 + 5.000 - 400 - 30 + 1=
(eigen bekorting)
295.000 - 430 + 1 =
294.570 + 1 = 294.571.

Klopt dit? Daar zijn we niet direct zeker van. Hoe kunnen we het narekenen? Het secuurst is natuurlijk om die grote getallen even onder elkaar zetten:

437.539
142.968 -
294.571

Het klopt! Maar dit cijferen mag dus niet meer. Hebben de auteurs een andere oplossing? Nee, dat hebben ze niet. “Wanneer de getallen groter worden lijkt gebruik van de rekenmachine meer voor de hand te liggen”, luidt hun oordeel. Immers: “Met de kolomsgewijze aanpak moeten dan te veel tussenberekeningen worden gemaakt waardoor de kans op fouten toeneemt.”
Inderdaad. Maar wat hebben leerlingen aan een methodiek die alleen met een rekenmachine erbij correct is uit te voeren?

Hebben de Speciaal Rekenaars onderzocht of hun aanpak wel werkt? De inleiding van het katern Kolomsgewijs Rekenen beweert van wel. “Experimenten in het speciaal (basis)onderwijs hebben uitgewezen dat kinderen in staat zijn in een relatief korte tijd inzichtelijk kolomsgewijs te leren rekenen”, schrijven de auteurs.
Welke experimenten? Door wie? En waar gerapporteerd?

Noch in de map, noch op de internet site van het project Speciaal Rekenen wordt daarover iets gemeld. De enige verwijzing die we gevonden hebben staat in het verslag van een evaluatiebijeenkomst Speciaal Rekenen gehouden op 26 mei 2004 (zie voetnoot).
Het verrichte onderzoek wordt daarin als volgt beschreven:
"Erica en Jo' (de auteurs van de map) 'zijn de klas in geweest om te onderzoeken wat de mogelijkheden van kolomsgewijs rekenen zijn bij kinderen in het sbo. Er is uiteraard een verschil tussen kinderen die het cijferen al hebben gehad, en zij die het nog niet hebben gehad, maar wel een stevige getalsverkenning achter de rug hebben. Uit de onderzoekjes bleek, dat de kinderen die al konden cijferen niet eenvoudig te bewegen waren om over te stappen op kolomsgewijs rekenen. De andere kinderen waren zeer bereidwillig en met name de ondersteuning van geld om inzichtelijk te maken wat er gebeurt bij het aftrekken met een tekort, werd goed opgepikt."

Samenvattend:
De aanbevelingen van de Projectgroep Speciaal Rekenen zijn niet methode-neutraal. De enige rekenmethode waarin dit alternatief didactisch wordt voorbereid is de methode Wis en Reken, eveneens een schepping van het Freudenthal Instituut. De makers van die methode geven het standaard algoritme ook een naam. Bij hen heet het 'de manier van opa'. De naam spreekt voor zich. Als het aan de realisten ligt verdwijnt het cijferen achter de horizon. Het sbo mag - tragisch genoeg - als breekijzer fungeren.

De staartdeling revisited
Het is bijna twee jaar geleden (16 november 2003) dat Karel Knip in NRC-Handelsblad zijn *Requiem voor de staartdeling* publiceerde. Knip stelde vast dat de staartdeling uit het rekenonderwijs was geschrapt buiten iedereen om. Hij vond dat een verarming van het rekenonderwijs, en een beperking van het oplossend vermogen. Onzin, repliceerde Ed de Moor, een founding father van het Realistisch Rekenen, in het tijdschrift Volgens Bartjens: gebleken was nu juist dat kinderen met de realistische methode van herhaald aftrekken beter presteerden.
Maar die bewering is onjuist. Vorig jaar heeft een aantal rekenonderzoekers de testboekjes van het Periodieke Peilingonderzoek (PPON) uit 1997 nog eens tegen het licht gehouden (zie voetnoot). En wat bleek? Kinderen die een deelsom oplosten met behulp van een staartdeling maakten gemiddeld 6,8 van de 10 sommen goed. Kinderen die deelden volgens realistisch recept maakten gemiddeld 5,6 van de tien sommen goed.
Knip had dus gelijk, dat weten we nu. Misschien wordt het tijd dat we iets doen met onze kennis.

Amsterdam, 2005
Ongepubliceerd manuscript.

Noten:

De evaluatieverslagen van de projectgroep Speciaal Rekenen zijn te vinden onder: www.fi.uu.nl/speciaalrekenen/netwerk/evaluatiegroep.html

De map “Optellen en aftrekken tot 100 en 1000” is een uitgave van het Freudenthal Instituut

G. Rademakers, C. van Putten, M. Beishuizen & J. Janssen (2004). Traditionele en realistische algoritmen bij het oplossen van deelsommen in groep 8 - een nadere analyse van PPON-materiaal uit 1997. Gepubliceerd in Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het reken-wiskunde onderwijs, jaargang 23, nummer 4.